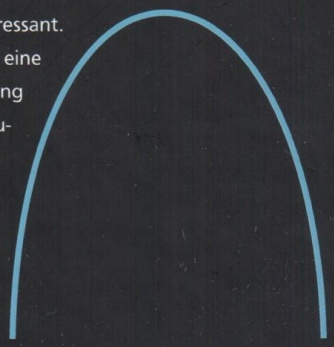
Warum noch ein Mathematikbuch?

Für Lehrer gibt es Aufgaben-Lösungshefte, die aber für Schüler unverkäuflich sind. Im Gegensatz dazu erhalten Sie mit dieser Skriptsammlung alle Beispiele und Aufgaben nicht nur mit detaillierten Lösungen, sondern auch im zugehörigen Theorieteil verständlich erklärt, damit man zunächst das erforderliche Hintergrundwissen erlangt – und das für mehrere Schuljahre sowie alle Bundesländer! Also ein idealer Helfer vor Prüfungen.

Somit erwerben Sie hiermit einen preiswerten Nachhilfeunterricht schriftlich, was durch eine lexikalische Begriffserklärung unterstützt wird.

Viele Beispiele und Aufgaben haben Praxisbezug, wodurch man auch außerhalb der Schule diese Skriptsammlung als Nachschlagewerk verwenden kann. Dies ist auch daraus erkennbar, dass Theorie und Rechenverfahren getrennt behandelt wurden, weil man in der Praxis ohnehin schematische Berechnungen von Computern durchführen lässt.

Einige Themen sind für Studenten interessant. So z.B.: Wie entsteht beim Seildurchhang eine Katenoide?; Einführung in die Erstellung von Mehrfachintegralen; Anwenden von Kugelkoordinaten; Software-Algorithmus zu Funktionenschnittpunkt ermitteln.



$$z(x) = h - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha$$

Lernende finden mit dieser Skriptsammlung genau das, was sie bezüglich Gliederung, Themenwahl, leicht verständlicher Erklärungen sowie Aufgabenlösungen bei Mathematikbüchern bisher suchten.

ISBN 978-3-941216-84-6

9 783941 216846

RHOMBOS

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar

Bildnachweis:
Foto auf Umschlagseite 1: Didi_Pixelio.de

Umschlaggestaltung: Rhombos-Verlag, Vicky Kletke

RHOMBOS-VERLAG
Fachverlag für Forschung, Wissenschaft und Politik
Kurfürstenstr. 17
D-10785 Berlin
www.rhombos.de
verlag@rhombos.de
Verkehrsnummer: 13597

© 2011 RHOMBOS-VERLAG, Berlin

Alle Rechte vorbehalten.
Nachdruck, auch auszugsweise, verboten.
Kein Teil dieses Werkes darf außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ohne schriftliche Einwilligung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme gespeichert, verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Druck: PRINT GROUP Sp. z o.o.
Printed in Poland

ISBN 978-3-941216-84-6

Vorbemerkung

Diese Skriptsammlung ist für Schüler und manche Studenten gedacht, die vor Klausuren oder anderen Prüfungen möglichst schnell den verlangten Stoff wiederholen möchten. Daher war es wichtig, die Themenbereiche „Analysis“, „Lineare Algebra“ und „Stochastik“ abzuhandeln. Um wichtigen Schulstoff möglichst interessant darzustellen, wurden aus der angewandten Mathematik Schwerpunktthemen herausgegriffen, die auch einen besonderen Bezug zu praktischen Anwendungen haben. Die gewählte Untergliederung, in Verbindung mit einer lexikalischen Begriffserklärung, ermöglichen ein schnelles Auffinden gesuchter Themen. Alle Aufgaben sind ausführlich mit den nötigen Anleitungen gelöst, damit sich diese Skriptsammlung zum Selbststudium als Lernhilfe eignet. Im vorliegenden Band „Analysis“ stehen für diesen Zweck 258 Beispiele und Aufgaben zur Verfügung.
Der umfangreiche Theorieteil ist so ausgearbeitet, dass man – meist ohne Vorkenntnisse – zunächst das erstrebte Verständnis erlangt, bevor es an das Lösen von Aufgaben geht. Diverse Beispiele unterstützen dies. Keine Rücksicht wurde darauf genommen, ob der behandelte Stoff zu einer bestimmten Jahrgangsstufe gehört. Dies entspricht dem gesetzten Ziel – z.B. Abiturienten – eine bessere Übersicht zu ermöglichen oder verschiedene Lösungswege zu beurteilen.
Versuchen Sie Aufgaben, die aus Ihrem Stoffgebiet sind, zu lösen, indem Sie den Lösungsteil abdecken. Haben Sie Schwierigkeiten, dann sollte ein erneutes Durcharbeiten zugehörigen Theorieteils zum Erfolg führen.

Der behandelte Lernstoff der Mathematik wurde zweigeteilt betrachtet:

1. „Theorie“, das ist das, was man können sollte, also das „Gewusst wie“ (sofern man es denn braucht),
2. „Rechenverfahren“, das ist das, was einem später Computer abnehmen. Deshalb sind hier auch diesbezügliche Hilfestellungen zu finden.

Die Skriptsammlung soll gleichzeitig ein Ratschlag für zweckmäßiges Lernen sein: Legen Sie sich ein Ringbuch mit 6 Registern an, und tragen Sie sich alles, was Sie nicht wissen, in zugehörige Rubriken ein. Durch Schreiben lernen Sie intensiver als durch Lesen! Die klare Untergliederung in „Theorie“, „Rechenverfahren“, „Aufgaben“, „Formeln“, „Erklärungen“, „Zeichen“ gewährleistet zudem ein schnelles Auffinden des Gesuchten. Führen Sie dies Ringbuch parallel zu Hausaufgabenheften. Es wird Ihnen – besonders nach Abgabe von Schulbüchern – ein wertvoller Helfer sein. Ergänzen Sie diese Skriptsammlung regelmäßig mit Ihrem Stoff und Ihre Noten werden besser!

Anmerkung: Primäre Aufgabe war es, auch schwierige Zusammenhänge verständlich darzustellen. So kommt man vom Verstehen zum Behalten!

Ringbucheinlage: 6-teiliges Register

Theorie wie ab Seite 20	Ableitung von Formeln, Erläuterung des Lehrstoffs, damit ein Verständnis ermöglicht wird, längere Begriffserklärungen, Musterbeispiele	**T**
Rechenverfahren wie ab Seite 471	Rechengesetze, die das schematische Lösen von Aufgaben ermöglichen, z.B. Wurzelziehen nach der Methode von Heron	**R**
Aufgaben wie ab Seite 530	Übungsaufgaben (keine Pflicht-Schulaufgaben), die zum Verständnis des Stoffs beitragen und sich auf den Theorieteil beziehen	**A**
Formeln wie ab Seite 597	Ergebnisse des Theorieteils und solche Formeln, die zum Lösen von Aufgaben benötigt werden (Verwenden von Buchstaben des jeweiligen Lehrers)	**F**
Erklärungen wie ab Seite 615	Kurze Begriffserklärungen (wie Vokabelheft), die das Verstehen von Aufgabentexten ermöglichen und gegebenenfalls auf ausführlichere Erklärungen im Theorieteil verweisen; z.B.: orthogonal | senkrecht	**E**
Zeichen wie ab Seite 650	Rechenzeichen, Abkürzungen, Symbole, griechisches Alphabet, römische Zahlen ... ; z.B.: ∞ | unendlich	**Z**

Inhalt

Liste der Beispiele und Aufgaben 11

1. Analysis

1.1 Theorie

1.1.1 Rechengrößen, Zahlensysteme 20
Rechengrößen 21
Organigramm der Rechengrößen 27
Tabelle der Primzahlen bis 853 28
Umformung komplexer Ausdrücke 29
Binärsystem (Dualsystem) 34
Hexadezimalsystem 39

1.1.2 Gleichungen, Ungleichungen 40
Gleichungen 41
Gleichungssysteme 46
Algebraische und transzendente Gleichungen 67
Ungleichungen 81
Lineare Optimierung 87

1.1.3 Geometrie 93
Geometrischer Ort 94
Kreis, Ellipse, Parabel, Hyperbel (Kegelschnitte) 97
Winkelbeziehung 101
Dreieck 102
Satz des Pythagoras und Höhensatz 106
Viereck 111
Tangenten an 2 Kreise 114
Ähnlichkeit und Strahlensätze 115
Zentrische Streckung eines Kreises 119
Sehnensatz, Sekantensatz, Sekantentangentensatz 120
Regelmäßiges Vieleck 121
Annäherung an π 127
Fläche eines Kreissegments 128
Volumenberechnungen 130

1.1.4 Goniometrie, Trigonometrie 131
Winkelfunktionen 133
Umkehrfunktionen der Winkelfunktionen 140
Darstellung einer Sinusfunktion 142
Beweis des Sinussatzes 155
Beweis des Kosinussatzes 157
Trigonometrische Additionstheoreme 159

1.1.5 Funktionen, Umkehrfunktionen 165
Funktionen 167
Ermitteln einer Umkehrfunktion 172

Definitionsbereich, Wertebereich 173
Monotonie 174
Stetigkeit 175
Zusammengesetzte Funktionen 176
Betragsfunktionen 177
Verkettete Funktionen 177
Hebbare Funktionen 178
Verschiebung von Funktionen 180
Vertikale Spiegelung 186
Streckfaktor bei Funktionen 187
Lage von Exponentialfunktionen 188
Funktionsermittlung 189
Polarkoordinaten 223

1.1.6 Ganzrationale Funktionen 224

Produktform 226
Geraden 231
Schnittwinkel zweier Geraden 239
Ganzrationale Funktionen 2. Grades 240
Lage und Form von Parabeln 250
Grafische Nullstellenbestimmung 251
Biquadratische Gleichungen 258

1.1.7 Wachstums- /Zerfallsprozesse 259

Natürliches Wachstum 261
Natürliches Wachstum - Funktionsermittlung 264
Differenzialgleichung des natürlichen Wachstums 271
Beschränktes Wachstum 272
Differenzialgleichung des beschränkten Wachstums 276
Logistisches Wachstum 279
Differenzialgleichung des logistischen Wachstums 280

1.1.8 Grenzwerte, Folgen, Reihen 284

Grenzwerte 286
Annäherung an e 293
Folgen, Reihen 297
Fibonacci-Folge 306
Arithmetische Reihe 309
Geometrische Reihe 312
Potenzreihen 316
Binomischer Lehrsatz 321
Reihenentwicklung nach Taylor und Maclaurin 325

1.1.9 Differenzialrechnung 340

Differenzialquotient 342
Differenzieren von x^n (Potenzregel) 347
Summenregel 349
Produktregel 349
Quotientenregel 350
Kettenregel 351
Differenzieren einer Betragsfunktion 354

Ableitungsformel aus der Umkehrfunktion ermitteln 356
Differenzieren von sin(x) 362
Differenzieren von cos(x) 363
Differenzieren von arcsin(x) und arccos(x) 364
Differenzieren von a^x 365
Differenzieren von ln(x) 366
Differenzieren von $\log_{b(}x)$ 367
Partielle Ableitung von Funktionen mit 2 Variablen 369

1.1.10 Funktionsuntersuchungen 372

Zu untersuchende Merkmale 374
Definitionsbereich, Wertebereich 379
Nullstellen 379
Schnittpunkt mit der y-Achse 380
Achsensymmetrie 380
Punktsymmetrie 381
Polstellen 382
Asymptoten 383
Verhalten im Unendlichen 384
Relative Extrema 385
Sattelpunkte, Wendepunkte 388
Krümmungsverhalten 389
Anzahl Äste einer gebrochenrationalen Funktion 390
Monotonie 390
Zeichnung 390

1.1.11 Integralrechnung 391

Einführung 393
Integrieren von x^n 395
Rechteckmethode 397
Integrieren von von 1/x 403
Produktregel (partielle Integration) 403
Substitutionsmethode 405
Integration durch Partialbruchzerlegung 407
Integrationsformel aus einer Differenziation ermitteln 408
Integrationsformel aus bekanntem Ergebnis ermitteln 409
Uneigentliche Integrale 410
Flächenberechnung im y-Intervall 411
Einführung in die Erstellung von Mehrfachintegralen 413

1.1.12 Längen-, Flächen-, Körperberechnungen 423

Kurvenintegral (Linienintegral) 425
Linienlänge durch numerische Integration 428
Flächenberechnung zwischen Funktionen 431
Kreisfläche aus Polarkoordinaten 438
Volumina von Körpern 439
Volumen eines Kegels 439
Pyramide mit rechteckiger Grundfläche 446
Volumen eines Tetraeders 451
Volumen eines Drehkörpers 456

Guldinsche Regel zur Volumenberechnung 460
Kugelkoordinaten 465

1.2 Rechenverfahren 471
Grundlegende Rechenregeln 473
Lösen von Textaufgaben 474
Dezimalbrüche in Brüche umwandeln 476
Dreisatz und Proportion 477
Prozentrechnung 480
Wurzelziehen - Methode nach Heron 482
Äquivalenzumformungen 484
Bruchgleichungen 492
Bruchungleichungen 493
Logarithmenrechnung 494
Polynomendivision 501
Horner-Schema 504
Grenzwertermittlung 507
Potenzgesetze 511
Newton-Verfahren zur Nullstellenbestimmung 512
Approximation von Funktionswerten nach dem Newton-Verfahren 514
Approximation von Funktionswerten nach dem Mittelwertsatz der Differenzialrechnung 517
Funktionenschnittpunkt ermitteln 521
Lösungsverfahren einer Differenzialgleichung 1. Ordnung 529

1.3 Aufgaben 530
Aufgaben zu Dreisatz und Proportion 532
Geometrieaufgaben 533
Trigonometrieaufgaben 535
Aufgaben zu Geraden 536
Aufgaben zu Betragsfunktionen 544
Aufgaben zu Funktionen 2. Grades 546
Aufgaben zu Wachstums- und Zerfallsprozessen 547
Aufgaben zur Grenzwertbestimmung 551
Aufgaben zur Reihenentwicklung 553
Aufgaben zur Differenzialrechnung 559
Aufgaben zur Funktionsuntersuchung 571
Aufgaben zur Integralrechnung 584
Aufgaben zu Längen-, Flächen-, Körperberechnungen 592

1.4 Formeln 597
Formeln aus der Trigonometrie 598
Formeln zu Geraden 599
Parabelformeln 600

Formeln zur arithmetischen und geometrischen Reihe 601
Formeln für Potenzreihen 605
Formeln zur Differenzialrechnung 607
Formeln zu Funktionsuntersuchungen 609
Formeln zur Integralrechnung 612
Formeln zu Längen-, Flächen-, Körperberechnungen 614

1.5 Erklärungen 615
1.6 Zeichen 650

Beschreibung der Beispiele (B) und Aufgaben (A)

	Beschreibung	Seite
B	Abschusswinkel eines Feuerwerkskörpers	83
A	Altersbestimmung nach der Radiokarbon-Methode	547
B	Alter von 6 Personen ermitteln	50
B	Analyse einer Gleichspannung mit Überlagerung	148
B	Anwendung von e-Funktionen in der Praxis	275
B	Anzahl Äste einer gebrochenrationalen Funktion	390
B	Anzahl benötigter Saatkartoffeln aus arithmetischer Reihe	311
B	Anzahl Glieder einer Folge für vorgegebenes ε	288
B	Arkusfunktion von sin(x)	141
B	Beschleunigungsweg und -zeit eines Autos	70
A	Betragsfunktion auswerten	544
B	Betragsfunktion $f(x) = \| x - 4 \|$	177
B	Binäre Addition	37
B	Binomialkoeffizienten für $(a+ b)^4$	324
B	Biquadratische Gleichung	258
B	Breite eines Flusses mithilfe des Kosinussatzes	158
B	Bruchungleichung durch Fallunterscheidung lösen	493
B	Definitionsbereich (mögliche x-Werte) einer Funktion	379
B	Definitionsbereich einer Bruchgleichung	492
B	Definitionsbereich eines Halbkreises	173

B	Dezimalbruch in Bruch umwandeln	476
B	Dicke einer Fichte aus logistischem Wachstum	283
B	Differenzialgleichung eines LC-Schwingkreises	78
B	Differenzialquotient aus Umkehrfunktion	357
B	Differenzierbarkeit einer Funktion an Knickstellen	355
A	Differenzierbarkeit von $f(x)$ bei x_0 überprüfen	559
B	Differenzieren durch Anwenden der Kettenregel	353
B	Differenzieren durch Anwenden der Produktregel	352
B	Differenzieren durch Anwenden der Quotientenregel	353
B	Differenzieren einer Betragsfunktion	354
B	Differenzieren einer Funktion 3. Grades	352
B	Differenzieren einer Wurzelfunktion	352
B	Differenzieren mehrfach verketteter Funktionen	353
B	Differenzieren von $3y^2 - 4y - 2x^3 + 5x + 7 = 0$	370
B	Differenzieren von $\arctan(y/\pi) - \arctan(x) - y = 0$	359
B	Differenzieren von $f(x) = \arctan(x)$	361
B	Differenzieren von $f(x) = x\,(\ln(x) - 1)$	366
A	Dreiecksberechnung im Koordinatensystem	538
B	Dreiecksberechnung mithilfe des Kosinussatzes	157
B	Dreiecksberechnung mithilfe des Sinussatzes	155
B	Dreiecksberechnung mithilfe von Additionstheoremen	161
B	Dreiecksfläche mit Doppelintegral	420
B	Dreiecksfläche mithilfe der Integralrechnung	413
B	Dreieckskonstruktion mit Umfangswinkel	105
B	Einkauf von 100 Flaschen Wein für 1000 EUR	49
B	Ereignis: Einfacher Münzwurf	25
B	Fahrpreisaufteilung unter 2 Nachbarn	47
B	Fläche einer Narrenkappe mit Doppelintegral	436
B	Fläche eines Dreiecks aus den 3 Seiten	108
B	Fläche eines Kreissegments	129
B	Fläche eines Kreissektors aus Dreisatz	478

B	Fläche eines Kreissektors aus Proportion	479
B	Flächenberechnung im y-Intervall	411
B	Flächenberechnung nach der Rechteckmethode	400
B	Flächeninhalt eines Dreiecks aus dem eines Rechtecks	65
A	Fläche unter einer Parabel mit der Rechteckmethode	584
B	Fläche zwischen 2 beliebigen Funktionen	434
A	Fläche zwischen 2 Funktionen	594
B	Fläche zwischen 2 Parabeln	433
B	Folge und Reihe am Beispiel erkrankter Schulkinder	297
B	Folge und Reihe ungerader Zahlen im Intervall [0; 10]	297
B	Funktionenschnittpunkt ermitteln	522
B	Funktionsspiegelung an ihrer waagrechten Asymptote	186
B	Funktionsterm des schrägen Wurfs nach oben	199
B	Funktionsterm des waagrechten Wurfs	196
B	Funktionsterm einer Funktion 2. Grades ermitteln	189
B	Funktionsterm einer Funktion 3. Grades ermitteln	190
B	Funktionsterm einer gleichförmig beschleunigten Bewegung	194
B	Funktionsterm einer Kettenlinie (Katenoide)	212
B	Funktionsterm einer Sinusschwingung bestimmen	152
B	Funktionsterm eines Kreises in Polarkoordinaten	223
A	Funktionsuntersuchung: Querschnitt eines Hügels	571
A	Funktionsuntersuchung bei einer diskreten Funktion	581
A	Funktionsuntersuchung bei einer Ökonomieaufgabe	575
B	Funktionswert aus Horner-Schema	504
B	Funktionswerte mit Newton-Verfahren approximieren	515
B	Ganzrationale Funktion 3. Grades ermitteln	54
B	Gedämpfte Schwingung einer Stimmgabel	75
B	Geometrische Örter	95
B	Gewinnmaximierung beim Lagerbestand zweier Autotypen	87
B	Goldener Schnitt	252
B	Grafische Nullstellenbestimmung einer Parabel	251

B	Grenzwert an einer Funktionsstelle nach der h-Methode	289
A	Grenzwertermittlung, wenn Zählergrad = Nennergrad	552
B	Grenzwertermittlung aus höchster Potenz von x	507
A	Grenzwertermittlung durch Bilden der Produktform	551
B	Grenzwertermittlung durch Polynomendivision	502
B	Grenzwertermittlung durch Reihenentwicklung	509
B	Grenzwertermittlung durch Umkehrfunktion	508
B	Grenzwertermittlung durch Vereinfachen und Kürzen	507
B	Grenzwertermittlung durch Vergleich: Zähler > (<) Nenner	508
A	Grenzwertermittlung eines Wurzelterms	552
B	Grenzwertermittlung nach Bernoulli und L'Hospital	509
B	Grenzwertermittlung von q^x für $\|q\| < 1$	508
A	Grenzwertermittlung von $\sin(1/x)$ an der Stelle $x \longrightarrow 0$	552
B	Grenzwert von $f(x) = x^x$ an der Stelle $x \longrightarrow 0$	296
B	Grenzwert von $f(x) = x \cdot \ln(x)$ an der Stelle $x \longrightarrow 0$	296
B	Hebbare Funktion	178
B	Hexadezimalzahlen	39
B	Höhe eines Berges aus 2 Peilwinkeln	156
B	Höhe eines Kirchturms aus seiner Schattenlänge	118
B	Horizontal verschobene Sinusfunktion - mathematisch	154
A	Induktivitätsbestimmung aus beschränktem Wachstum	549
B	Integration durch Partialbruchzerlegung	407
A	Integration eines Bruchterms durch Partialbruchzerlegung	586
B	Integrationsformel aus Differenziation folgern	408
A	Integrationsformel für Ergebnis = $\operatorname{artanh}(x)$ beweisen	589
A	Integrationsformel für Wurzel aus $(a^2 + x^2)$ beweisen	590
B	Integrieren der Kreisgleichung	409
B	Integrieren durch Substitution	405
B	Integrieren von $f(x) = \ln(x)$	404
B	Integrieren von $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$	404
B	Integrieren von $f(x) = x\,(3x + 1)^n$	406

B	Integrieren von $f(x) = x\,e^x$	404
B	Integrieren von $f(x) = x\,e^{x^2}$	406
B	Kapitalverzinsung mit Zinseszins	270
B	Komplexe Lösungsmenge	24
B	Konstruktionsbeschreibung zur Lage eines Punktes	94
B	Konvergenzuntersuchung an der "Harmonischen Reihe"	303
B	Konvergenzuntersuchung an einer alternierenden Reihe	304
B	Konvergenzuntersuchung an einer Potenzreihe	303
B	Kreiszahl π aus der Kreisgleichung - numerisch	430
B	Kreiszahl π aus Sehnen- und Tangentenvieleck	127
B	Krümmungsverhalten einer Funktion	389
B	Laden eines Kondensators über einen Widerstand	71
B	Ladezeit eines Kondensators in Vielfachen von T	273
A	Länge der Erdbahn um die Sonne	592
B	Länge einer $\lambda/4$-UKW-Antenne	148
B	Länge eines Antriebsriemens	114
B	Länge eines Bogens der Normalparabel	427
B	Länge eines Bogens der Normalparabel numerisch	429
B	Länge eines Bogens von $f(x) = (1/4)\,x^2 - 5x + 3$ numerisch	430
B	Länge eines Bogens von $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 8$ numerisch	430
B	Länge eines Linienzuges	426
B	Längenverhältnis der Seiten eines Blumenbeetes	44
B	Leitungsdurchhang einer Telefonleitung	76
B	Lösen einer Exponentialgleichung	499
B	Lösungsmenge einer Bruchungleichung grafisch	491
B	Lösungsmenge einer Ungleichung	490
B	Lösungsmenge nach Zifferntausch einer zweistelligen Zahl	66
B	Mantelfläche eines Kegels	68
B	Massenträgheitsmoment einer rotierenden Masse	393
B	Massenträgheitsmoment eines Tischtennisschlägers	462
A	Maximale Fläche eines Torbogens bei minimalem Umfang	566

A	Maximale Rechteckfläche aus gegebenem Umfang	546
A	Maximale Rechteckfläche im Dreieck	562
A	Maximale Schnittfläche zweier Parabeln	569
A	Maximale Tragfähigkeit eines Balkens (aus Baumstamm)	563
B	Merkmalsausprägungen	26
A	Minimale Oberfläche einer Schachtel bei gegebenem Volumen	564
B	Mischverhältnis zweier Flüssigkeiten für eine dritte	57
B	Monotonieverhalten einer Funktion 3. Grades	174
B	Multiplizieren mit einem Term, der x enthält	489
B	Natürliches und lineares Wachstum zweier Städte	63
B	Nullstellen (Lösungen) einer Funktion	379
B	Nullstellen einer Funktion 2. Grades nach Vieta	248
B	Nullstellen einer Funktion 3. Grades aus einer Lösung	258
B	Nullstellenermittlung aus Horner-Schema	506
B	Nullstellenermittlung durch Polynomendivision	502
B	Nullstellenermittlung einer Funktion mit Newton-Verfahren	513
B	Oberfläche einer Kugel aus Kugelkoordinaten	469
B	Obstsalat aus 3 Früchten mit vorgegebenen Inhaltsstoffen	59
B	Orthogonale (Normale) zur Geraden	238
B	Ortskurve aller Tiefpunkte einer e-Funktion	192
A	Papierformat (gemäß DIN) aus Proportion	532
B	Periodendauer der Spannung unseres Wechselstromnetzes	147
B	Perioden verschiedener Sinusschwingungen	152
B	Periodischen Dezimalbruch in Bruch umwandeln	476
B	Phasenwinkel zwischen 2 Phasen unseres Drehstromnetzes	147
B	Polstellen einer Funktion	382
B	Potenzieren und Radizieren mit geraden Exponenten	485
B	Preis von Bananen aus Dreisatz	478
B	Preis von Bananen aus Proportion	479
B	Produktform einer Funktion 2. Grades	229
B	Prozentrechnung bei einem Warenpreis	480

B	Punktsymmetrie zu einem beliebigen Punkt	381
B	Punktsymmetrie zum Ursprung	381
B	Quersumme einer zweistelligen Zahl	53
B	Rechts- und linksseitige Ableitungen an Funktionsstellen	345
A	Reihenentwicklung bei einem "Quadratbaum"	555
B	Reihenentwicklung für f(x) = sin(x)	330
B	Reihenentwicklung für Gaußsche Glockenkurve	332
B	Relative Extrema einer Funktion	385
B	Sattelpunkte einer Funktion	388
B	Schiefe Asymptote	384
B	Schiefe Asymptote aus Polynomendivision	503
B	Schnittpunkt einer Funktion mit der y-Achse	380
B	Schnittwinkel zweier Geraden	239
B	Schräger Wurf nach oben - beim Kugelstoßen	72
B	Seitenlänge im ähnlichen Dreieck	118
B	Selbstreinigungseffekt eines Gewässers	269
B	Senkrechte Asymptoten	383
B	Software-Algorithmus für Funktionenschnittpunkt	523
B	Stammfunktion ermitteln	396
B	Steigung eines Weinbergs in %	232
B	Steigungswinkel der Auffahrt auf einen Weinberg	158
B	Summe der natürlichen Zahlen im Intervall [1; 100]	311
B	Summe einer Potenzreihe mit 4 Gliedern	319
B	Symmetrie einer Funktion zur y-Achse	380
B	Symmetrie zu einer Parallelen zur y-Achse	380
B	Tangente im Punkt P an $y \sin(x) + x \cos(y) - \pi/2 = 0$	371
A	Tangentengleichungen an einen Kreis	534
A	Tangentengleichungen vom Punkt P an eine Parabel	561
B	Tangente vom Punkt P an einen Kreis konstruieren	105
B	Tarifauswahl zum Bezug elektrischer Energie	235
A	Taxipreise aus Geradenvergleich	536

B	Teilen durch einen Term, der x enthält	487
B	Term- und Gleichungsumformungen	484
B	Tiefe eines Burgbrunnens aus Fallzeit eines Steins	85
B	Treffpunkt 2 sich begegnender Züge	48
A	Trigonometrische Gleichung lösen	535
A	Uhrzeiger, die übereinander stehen	537
B	Umkehrfunktionen	170
B	Umkehrfunktion ermitteln	172
B	Umwandeln von Logarithmen unterschiedlicher Basis	498
B	Uneigentliche Grenzwerte	289
B	Uneigentliches Integral	410
B	Unendliche Grenzwerte	289
B	Ungleichungen	81
B	Unstetigkeitsstellen von Funktionen	175
B	Verhalten einer Funktion im Unendlichen	384
B	Vermehrung von Bakterien (unbegrenzt)	265
B	Vermehrung von Honigbienen als Fibonacci-Folge	308
B	Vermehrung von Ratten (unbegrenzt)	267
B	Verschiebung einer Exponentialfunktion	184
B	Verschiebung einer Geraden im Koordinatensystem	185
B	Verschiebung einer Parabel im Koordinatensystem	182
B	Verschiebung einer Sinusfunktion (horizontal)	183
B	Verschiebung eines Kreises im Koordinatensystem	184
B	Vertikale Spiegelung einer Sinusfunktion	186
B	Volumen einer Kugel aus Drehkörperformel	458
B	Volumen einer Kugel aus Kugelkoordinaten	467
A	Volumen einer Kugelkappe	596
B	Volumen eines Fasses aus Drehkörperformel	459
B	Volumen eines Kegels aus Drehkörperformel	457
B	Volumen eines Kreisrings (Torus) aus Guldinscher Regel	460
B	Volumen eines Tetraeders	130

B	Waagrechte Asymptoten	383
B	Wendepunkte einer Funktion	388
B	Wertebereich (mögliche y-Werte) einer Funktion	379
B	Wertebereich einer Normalparabel	173
B	Winkel aus Winkel-Funktionswerten für Quadranten > I	139
B	Winkelgeschwindigkeit des großen Zeigers einer Analoguhr	147
B	Winkelverhältnisse in der schiefen Ebene	101
A	Wurzel aus 15 auf 3 Arten konstruieren	533
B	Wurzel aus 48 nach dem Mittelwertsatz der Differenzialrechnung	520
B	Wurzel aus 50 mithilfe des Newton-Verfahrens	515
B	Wurzel aus 50 nach dem Mittelwertsatz der Differenzialrechnung	519
B	Wurzelziehen nach Heron	483
B	Zeigerdiagramm einer RLC-Reihenschaltung	31
B	Zeigerdiagramm einer RL-Parallelschaltung	32
B	Zeitkonstante eines Quecksilber-Fieberthermometers	278
B	Zerfallskonstante λ aus Logarithmenrechnung	500
B	Zerfallszeit von Radon als geometrische Reihe und $A(t)$	315
A	Zinseszinsrechnung mit Reihendarstellung	553
B	Zuggeschwindigkeit als zusammengesetzte Funktion	176
B	Zweierkomplement	36
B	Zwischendecke eines Dachbodens für maximales Volumen	252